CF-001

エージェントのタイプに基づく確率的提携構造形成問題
Probabilistic Coalition Structure Generation Problem Basen on Agents Types

沖本 天太 * 上田 俊 † 平山 勝敏 * 藤本 真育 ‡ 豊島 大弥 †
Tenda Okimoto Suguru Ueda Katsutoshi Hirayama Maiku Fujimoto Hiroya Toyoshima

1. はじめに

提携構造形成 (Coalition Structure Generation, **CSG**) 問題 [6, 10] とは，協力ゲーム理論における基本的な枠組みの一つであり，あるエージェントの集合を社会的余剰，すなわち，すべての提携（グループ）における利得の総和が最大化されるように，いくつかの提携に分割する問題である．この問題は **NP**-完全な問題として広く知られている完全集合分割問題 [9] と等価な問題であり，代表的な応用例として，分散経路決定問題 [7]，マルチセンサネットワーク [2]，排水処理システム [3] 等が挙げられる．**CSG** 問題は，エージェントの集合及び，特性関数と呼ばれるブラックボックス関数により定義される．エージェントの部分集合は提携，その分割は提携構造と呼ばれる．また，各提携の利得は特性関数により与えられ，提携構造の利得は，すべての提携における利得の総和により求められる．

以下，**CSG** 問題の例を示す．ある通訳派遣会社に 3 人の通訳がいるとする．*Alice* と *Bianca* は英語を，*Chan* は中国語の通訳が可能とする．今，この通訳派遣会社にいくつかの通訳の依頼があり，*Alice* または *Bianca* を単独で派遣すると \$200，*Chan* を単独で派遣すると \$300 の報酬が得られるとする．また，*Alice* と *Bianca* を派遣すると \$500，*Alice* と *Chan* の場合は \$500，*Bianca* と *Chan* の場合は \$500，全員を派遣する場合は \$700 の報酬が得られるとする．このとき，通訳派遣会社が得る報酬の総和が最大となるような提携構造を求める問題は，**CSG** 問題として表現可能である．この例において，得られる報酬が最大となるのは，*Chan* を単独，*Alice* と *Bianca* を一緒に派遣するときであり，報酬の総和は $\$300 + \$500 = \$800$ となる．

従来の **CSG** 問題では，各提携の利得は特性関数により与えられることを仮定しているため，その表記量は，エージェント数に対して指数関数的に増加する．この問題を解決するアプローチの一つとして特性関数の簡略表記法に関する研究がある [1, 4, 8]．例えば，上田ら [8, 13] は，多数のエージェントの中には類似した能力（タイプ）をもつものが複数存在し，その数はそれほど多くない，すなわち，類似した能力をもつエージェントが複数存在するような状況を考え，エージェントのタイプを用いた特性関数の簡略表記法を提案している．また Conitzer ら [1] は，優加法性を満たす特性関数において，提携に属するエージェント間に正の相乗効果がある提携の利得のみを記述する Synergy Coalition Group (SCG) と呼ばれる特性関数の簡略表記法を提案している．その他にも，Ieong ら [4] は，特性関数に存在する特徴を利用して，特性関数を論理的なルールの集合として簡略に表現した Marginal Contribution networks (MC-nets) と呼ばれる簡略表記法を提案している．

以下，通訳派遣会社の例における特性関数をエージェントのタイプを用いて簡略表記する．従来の **CSG** では，空集合を除く 3 人の通訳を要素とする集合の部分集合の数，ここでは $2^3 - 1 = 7$ 通りの組合せに対して，得られる報酬を記述する必要があった．ここで，各通訳の能力に着目すると，*Alice* と *Bianca* はどちらも英語の通訳が可能であり，両者を一つのタイプとみなすことができる．このように，通訳のタイプを用いて各提携で得られる報酬を記述すると，英語の通訳（*Alice* または *Bianca* のどちらでも構わない）を 1 人派遣する場合は \$200，中国語の通訳を 1 人派遣する場合は \$300，英語の通訳を 2 人派遣する場合は \$500，英語と中国語の通訳を 1 人ずつ派遣する場合は \$500，英語の通訳を 2 人と中国語の通訳を 1 人派遣する場合は \$700 となり，従来の表記量と比べ，より簡略に表現可能となる．

確率的提携構造形成 (Probabilistic Coalition Structure Generation, **PCSG**) 問題 [11, 12] とは，各エージェントの提携への参加の有無が確率により与えられている **CSG** 問題である．実世界におけるエージェントの振る舞いは不確実な要素を多く含んでいる．例えば，スケジュールの都合上，ある提携への参加の有無が曖昧なエージェント等，実問題を考えた場合，提携成立の能否を考えることは重要である．**PCSG** 問題では，各提携で得られる利得の期待値を計算し，すべての提携における利得の期待値の総和が最大化されるような提携構造を求めることを目的としている．この問題では，各提携において得られる利得の期待値の計算法が重要となる．既存研究 [11, 12] では，ある提携における利得の期待値は，すべての構成員が参加したときのみに与えられるとする計算法や，全てのシナリオ（欠席者の全組合せ）を想定した計算法が提案されている．

本論文では，エージェントのタイプを考慮したタイプ付き確率的提携構造形成 (Probabilistic Coalition Structure Generation based on Agent Types, $\mathbf{PCSG}_t$) 問題を紹介する．具体的には，**PCSG** 問題において，従来のエージェントの能力に関するタイプに加え，各エージェントの任意の提携への参加率に関するタイプを用いた特性関数の簡略表記法を提案する．次に，この簡略表記法に基づくタイプ付き **PCSG** 問題のフレームワークを定義する．最後に，$\mathbf{PCSG}_t$ 問題の計算量を示す．**PCSG** 問題では，従来の **CSG** 問題のときと同様に，期待値に関する特性関数の表記量がエージェント数に対して指数関数的に増加するとい

*神戸大学大学院海事科学研究科
†佐賀大学理工学部知能情報システム学科
‡神戸大学海事科学部

う問題がある．既存研究と同様に，**PCSG** 問題において，特性関数の簡略表記法を考えることは自然な流れである．しかしながら，従来のエージェントの能力に関するタイプを用いた簡略表記法を **PCSG** 問題に適用したとしても，同じタイプに属するエージェント間において，提携への参加率が異なる場合，期待値に関する特性関数の表記量はエージェント数に対して指数関数的に増加する．例えば，通訳派遣会社の例において，$Alice$，$Bianca$，$Chan$ の提携への参加率がそれぞれ異なる場合，英語の通訳を 1 人派遣する場合でも，その通訳が $Alice$ のときと，$Bianca$ のときとでは得られる報酬の期待値が異なる．このことは，**CSG** におけるエージェントのタイプを用いた特性関数の簡略表記法を単に **PCSG** に適用したとしても，**PCSG** における期待値に関する特性関数を簡略化することが出来ないことを意味している．そこで，本研究では，多数のエージェントの中には類似した提携への参加率（タイプ）をもつものが複数存在し，その数はそれほど多くない，すなわち，提携への参加率に関して類似したタイプをもつエージェントが複数存在するような状況を考え，従来のエージェントの能力に関するタイプに加え，エージェントの提携への参加率に関するタイプを用いた特性関数の簡略表記法及び，この簡略表記法に基づくタイプ付き **PCSG** 問題を定義する．**CSG** に関する既存研究と比べ，**PCSG** に関する研究は少なく，特性関数に関する簡略表記法に着目した **PCSG** 問題の研究は，著者らが知る限り，ほとんど存在しない．

2. 提携構造形成問題

本章では，提携構造形成 (Coalition Structure Generation, **CSG**) 問題 [6, 10] について概説する．**CSG** 問題とは，あるエージェントの集合を社会的余剰が最大化されるように，いくつかの提携（グループ）に分割する問題である．はじめに，**CSG** の定義を与える．

定義 1 (提携構造形成)**.** 提携構造形成 (Coalition Structure Generation, **CSG**) は，$A = \{a_1, ..., a_n\}$ をエージェントの集合，$v : 2^A \to \mathbb{R}$ を各提携における利得を与える特性関数とし，以下により定義される．

$$\mathbf{CSG} = \langle A, v\rangle. \tag{1}$$

エージェントの集合 A の部分集合 $C \subseteq A$ を提携 (Coalition) と呼び，ある提携 C に属するエージェントが協力して行動する際に得られる利得は $v(C)$ により与えられる．また，以下の条件を満たすような集合 A の分割を提携構造 (Coalition Structure, CS) と呼ぶ．

$$\begin{array}{l} (i)\ \forall i, j \in \{1, \ldots, m\}, i \neq j, C_i \cap C_j = \emptyset, \\ (ii)\ \bigcup_{C_i \in CS} C_i = A. \end{array} \tag{2}$$

提携構造形成 (**CSG**) では，各エージェントは一つの提携にのみ属し，複数の提携に同時に属することはない．また，各エージェントは単独提携を含み，いずれかの提携に属さなければならない．提携構造 CS の利得は，各提携における利得の総和により与えられる．

$$V(CS) = \sum_{C_i \in CS} v(C_i). \tag{3}$$

表 1: 各提携構造で得られる利得.

提携構造 CS	$V(CS)$
$\{\{Alice\}, \{Bianca\}, \{Chan\}\}$	\$700
$\{\{Alice\}, \{Bianca, Chan\}\}$	\$700
$\{\{Bianca\}, \{Alice, Chan\}\}$	\$700
$\{\{Chan\}, \{Alice, Bianca\}\}$	\$800
$\{Alice, Bianca, Chan\}$	\$700

また，ある提携構造 CS が以下の条件を満たしているとき，CS は最適であるといい，CS^* と記述する．

$$\forall\, CS : V(CS) \leq V(CS^*). \tag{4}$$

次に，**CSG** 問題の定義を与える．

定義 2 (**CSG** 問題)**.**

- **Input:** 提携構造形成 **CSG**,
- **Question:** すべての提携における利得の総和が最大となるような最適な提携構造 CS^* をみつけよ．

以下，**CSG** 問題に関する簡単な例を示す．

例 1 (**CSG** 問題)**.** 3 人の通訳がいる通訳派遣会社の例を用いた **CSG** $= \langle\{Alice, Bianca, Chan\}, v\rangle$ 問題を考える．この問題における提携数は $2^3 - 1 = 7$ である．特性関数により与えられる各提携の利得は以下とする．

$$v(\{Alice\}) = \$200,\ v(\{Bianca\}) = \$200,$$
$$v(\{Chan\}) = \$300,\ v(\{Alice, Bianca\}) = \$500,$$
$$v(\{Alice, Chan\}) = \$500,\ v(\{Bianca, Chan\}) = \$500,$$
$$v(\{Alice, Bianca, Chan\}) = \$700.$$

表 1 に各提携構造で得られる利得を示す．例えば，すべてのエージェントからなる提携構造 $CS = \{Alice, Bianca, Chan\}$ における利得は $V(CS) = \$700$，単独のエージェントからなる提携構造 $CS' = \{\{Alice\}, \{Bianca\}, \{Chan\}\}$ の利得は $V(CS') = v(\{Alice\}) + v(\{Bianca\}) + v(\{Chan\}) = \$200 + \$200 + \$300 = \$700$ となる．この例において，すべての提携における利得の総和が最大となるような最適な提携構造は $CS^* = \{\{Chan\}, \{Alice, Bianca\}\}$ であり，CS^* によって得られる利得は $V(CS^*) = v(\{Chan\}) + v(\{Alice, Bianca\}) = \$300 + \$500 = \$800$ となる．

以下，**CSG** 問題における代表的な性質を示す．

性質 1. **CSG** 問題において，特性関数が優加法性を満たすとき [§]，すべてのエージェントからなる提携構造が最適となる．また，特性関数が劣加法性を満たすとき，単独のエージェントからなる提携構造が最適となる．

[§] 提携構造形成 **CSG** $= \langle A, v\rangle$ において，特性関数 v が優加法的であるとは，$C_i \cap C_j = \emptyset$ を満たす任意の提携の組 C_i 及び C_j に関して，$v(C_i) + v(C_j) \leq v(C_i \cup C_j)$ が成り立つことを意味する．また，特性関数が劣加法的であるとは，任意の提携の組 C_i 及び C_j に関して，$v(C_i) + v(C_j) \geq v(C_i \cup C_j)$ が成り立つことを意味する．

CSG 問題は完全集合分割問題 [9] と等価な問題であり，一般に，**NP**-完全な問題として広く知られている [7]．但し，性質 1 より，特性関数が優加法性，もしくは，劣加法性を満たすとき，元の問題を解くことなしに，前者に関しては全体提携，後者では単独提携が最適な提携構造となり，多項式時間内で求解可能となる．

3. タイプ付き提携構造形成問題

本章では，上田ら [8, 13] によって提案されたエージェントの能力に関するタイプに基づく特性関数の簡略表記法を紹介する．また簡略化されたエージェントのタイプ付き特性関数を用いた **CSG** 問題の定義を与える．

文献 [8, 13] では，多数のエージェントの中には類似した能力をもつものが複数存在し，その数はそれほど多くない，すなわち，類似した能力をもつエージェントが複数存在するような状況を考え，エージェントのタイプを用いた特性関数の簡略表記法が提案されている．はじめに，タイプ付き特性関数の定義を与える．

定義 3 (認識的タイプ)**.** 特性関数の記述者がエージェント a_i 及び a_j の，それぞれの提携に対する限界貢献度が等しい，すなわち，任意の $a_i, a_j \notin C$ である提携 C に対して，$v(C \cup \{a_i\}) = v(C \cup \{a_j\})$ だと認識しているとき，a_i 及び a_j は認識的に等価であるという．

以降では，特性関数の記述者のもっている知識から，エージェントの認識的タイプは既に与えられているものとする．形式的には，エージェントの集合を A，エージェントの認識的タイプの集合を $T = \{1, ..., t\}$ とし，集合 A から T への写像 α が存在し，各エージェントのタイプは既知であると仮定する．また，n_A^i を認識的タイプ $i \in T$ のエージェント数とし，$n_A = \langle n_A^1, ..., n_A^t \rangle$ を各タイプのエージェント数を表すベクトルとする．

定義 4 (能力に関するタイプ付き特性関数)**.** 任意の提携 C に関して，$n_C = \langle n_C^1, ..., n_C^t \rangle$ を C の提携タイプとする．また n_C^i は，C に属するタイプが i のエージェントの数を表す $(1 \leq i \leq t)$．すべての提携タイプの集合を $A^t = \{\langle n^1, ..., n^t \rangle \mid 0 \leq n^i \leq n_A^i\}$ とし，能力に関するタイプ付き特性関数を $v_t : A^t \to \mathbb{R}$ と定義する．

次に，タイプ付き提携構造形成を定義する．

定義 5 (タイプ付き提携構造形成)**.** タイプ付き提携構造形成 (Coalition Structure Generation based on Agent Types, $\mathbf{CSG}_t$) は，すべての提携タイプの集合を A^t，タイプ付き特性関数を v_t とし，以下により定義される．

$$\mathbf{CSG}_t = \langle A^t, v_t \rangle. \tag{5}$$

認識的タイプの定義より，すべての提携 C と，その提携タイプ n_C に対して $v(C) = v_t(n_C)$ が成り立つ [13]．

以下，タイプ付き **CSG** 問題の簡単な例を与える．

例 2 ($\mathbf{CSG}_t$ 問題)**.** 3 人の通訳（$Alice, Bianca, Chan$）がいる通訳派遣会社の **CSG** 問題の例 1 において，$Alice$ と $Bianca$ は英語，$Chan$ は中国語の通訳が可能である．例えば，$Alice$ と $Bianca$ は同じ能力（英語の通訳が可能）をもつため，同じタイプのエージェントとみなすことができる．この例において，$Alice$ と $Bianca$ をタイプ 1 とし，$Chan$ をタイプ 2 とする．このとき，例 1 の特性関数により与えられる各提携の利得は，定義 4 より，以下のように簡略に記述することができる．

$$v_t(<1,0>) = \$200,\ v_t(<0,1>) = \$300,$$

$$v_t(<2,0>) = \$500,\ v_t(<1,1>) = \$500,$$

$$v_t(<2,1>) = \$700.$$

この例における最適な提携構造は，タイプ 2 のエージェント一人からなる提携と，タイプ 1 のエージェント二人からなる提携であり，得られる報酬は $v_t(<0,1>) + v_t(<2,0>) = \$300 + \$500 = \$800$ となる．

エージェントのタイプを用いた **CSG** 問題は多次元整数ナップサック問題として定式化可能である．ナップサック問題 [5] は組合せ最適化問題の一つであり，荷物の集合とナップサックがあり，ナップサックの容量を超えない範囲で価値が最大となる荷物の積み方を求める問題である．多次元整数ナップサック問題は，ナップサックに複数の制約が存在し，荷物のコピーが無限個存在する場合のナップサック問題である．ナップサックには t 個の制約 $s_1, ..., s_t$ があり，荷物が m 種類ある多次元整数ナップサック問題は以下で定式化される．

maximize $\sum_j p_j \cdot y_j$
subject to $\sum_j w_{ij} \cdot y_j \leq s_i,\ (i = 1, ..., t)$
$y_j \geq 0,\ (j = 1, ..., m)$

ここで，荷物 j について，p_j は価値，w_{ij} は制約 i に関する重み，y_j はナップサックに積む数を表している．

エージェントのタイプ数が t であり，$m = |A^t|$ 個の提携のタイプが存在する **CSG** 問題が，ナップサックに t 個の制約があり，m 個の荷物が存在する多次元整数ナップサック問題に定式化可能であることを示す．

CSG 問題における提携のタイプ $n_{C_j} \in A^t$ は，ナップサック問題における荷物 j に対応し，その価値 p_j は提携 C_j で得られる利得 $v_t(n_{C_j})$ と等しく，制約 i に関する重み w_{ij} は $n_{C_j}^i$ と等しい．また，ナップサックの制約 i に関する容量 s_i は n_A^i と等しいとすると，**CSG** 問題を多次元整数ナップサック問題として表現できる．

また，タイプ付き特性関数を用いた **CSG** 問題は，動的計画法に基づくアルゴリズムを用いて，最適な提携構造を $O(n^{2t})$ で求解可能であることが知られている [13]．したがって，エージェントのタイプ数 t が固定されているタイプ付き **CSG** 問題において，その数がエージェント数 $|A|$ に比べて十分に小さいとき，**CSG** 問題の計算量がエージェント数に関する多項式となる．

4. 確率的提携構造形成問題

本章では，確率的提携構造形成 (Probabilistic Coalition Structure Generation, **PCSG**) 問題 [11, 12] について概説する．**PCSG** 問題とは，各エージェントの任意の提携への参加の有無が確率により与えられている **CSG** 問題である．はじめに，**PCSG** の定義を与える．

定義 6 (確率的提携構造形成)**.** 確率的提携構造形成 (Probabilistic Coalition Structure Generation, **PCSG**) は，$A = \{a_1, .., a_n\}$ をエージェントの集合，$v_e : 2^A \to \mathbb{R}$ を期待値に関する特性関数，$f : A \mapsto [0, 1]$ を各エージェントの（任意の）提携への参加の有無を確率で返す関数とし，以下の組により定義される．

$$\mathbf{PCSG} = \langle A, v_e, f \rangle. \tag{6}$$

また，関数 $f : A \to [0, 1]$ は以下のように定義される．

$$f(a) = p,\ (0 \leq p \leq 1). \tag{7}$$

ここで，各エージェントの任意の提携への参加の有無は独立であるものとする．すなわち，あるエージェントの提携への参加の有無は，他のエージェントの参加の有無には依存しないものとする．ある提携 C における利得の期待値を $v_e(C)$，ある提携構造 CS における利得の期待値を $V_e(CS)$ と，それぞれ記述する．

また，ある提携構造 CS が以下の条件を満たしているとき，CS は最適であるといい，CS^*_e と記述する．

$$\forall\ CS : V_e(CS) \leq V_e(CS^*_e). \tag{8}$$

次に，**PCSG** 問題の定義を与える．

定義 7 (**PCSG** 問題)**.**

- **Input:** 確率的提携構造形成 **PCSG**,
- **Question:** すべての提携における利得の期待値の総和が最大となる提携構造 CS^*_e をみつけよ．

PCSG 問題では，提携及び提携構造で得られる利得の期待値計算法が重要となる．既存研究 [11, 12] では，提携の利得は，すべての構成員が参加したときのみに与えられるとする計算法や，全てのシナリオ（欠席者の全組合せ）を想定した計算法が提案されている．前者では，提携を構成する誰か一人でも欠席した場合，得られる利得は 0 となる．これに対し，後者では，欠席者を除く，残りの構成員からなる提携で得られる利得を考慮している．本論文では前者の計算法を用いる ¶.

ある提携 C が成立する確率は，C に属する，すべてのエージェントの参加率の積により与えられ，このとき得られる利得の期待値は，以下の式で定義される．

$$v_e(C) = v(C) \cdot \prod_{a \in C} f(a). \tag{9}$$

ここで，提携が成立しない場合，すなわち，提携 C 内の一人でも欠席した場合，得られる利得は 0 とする．また，ある提携構造 CS における利得の期待値は，各提携で得られる利得の期待値の総和により与えられる．

$$V_e(CS) = \sum_{C \in CS} v_e(C). \tag{10}$$

以下，**PCSG** 問題に関する簡単な例を示す．

¶例えば，貨物船は大きさや種類によって，出航するために必要な船員数が定められている．今，貨物輸送のため，必要数を満たす船員からなる提携を形成したとする．しかし，出航日にある船員が急病または事故等で急な欠勤をしたとする．このとき，この貨物船は出航することが出来ず，貨物輸送によって得られる利得は 0 となる．このように，前者の計算法が適用可能な例は他にも複数存在する．

表 2: 得られる利得の期待値.

提携構造 CS	$V_e(CS)$
$\{\{Alice\}, \{Bianca\}, \{Chan\}\}$	470
$\{\{Alice\}, \{Bianca, Chan\}\}$	325
$\{\{Bianca\}, \{Alice, Chan\}\}$	325
$\{\{Chan\}, \{Alice, Bianca\}\}$	395
$\{Alice, Bianca, Chan\}$	157.5

例 3 (**PCSG** 問題)**.** 3 人の通訳（*Alice*, *Bianca*, *Chan*）がいる通訳派遣会社の **CSG** 問題の例 1 において，*Alice* 及び *Bianca* はスケジュールの都合上，依頼された仕事への参加の有無がはっきりと分からない，ここでは，二人の参加率を $f(Alice) = f(Bianca) = 0.5$ とし，*Chan* は，余程の事がない限り，参加可能である，ここでは，$f(Chan) = 0.9$ としたときの **PCSG** 問題を考える．このとき，各提携において得られる利得の期待値は，式 (9) より，以下のように計算される．

$$v_e(\{Alice\}) = 100,\ v_e(\{Bianca\}) = 100,$$

$$v_e(\{Chan\}) = 270,\ v_e(\{Alice, Bianca\}) = 125,$$

$$v_e(\{Alice, Chan\}) = 225,\ v_e(\{Bianca, Chan\}) = 225,$$

$$v_e(\{Alice, Bianca, Chan\}) = 157.5.$$

例えば，*Alice* と *Chan* の提携によって得られる利得の期待値は，式 (9) より，$v_e(\{Alice, Chan\}) = v(\{Alice, Chan\}) \cdot f(Alice) \cdot f(Chan) = 500 \cdot 0.5 \cdot 0.9 = 225$ となる．表 2 に各提携構造で得られる利得の期待値を示す．この例における，最適な提携構造は，*Alice*, *Bianca*, *Chan* に独立に仕事を依頼するとき，すなわち，単独のエージェントからなる提携構造 $CS^*_e = \{\{Alice\}, \{Bianca\}, \{Chan\}\}$ である．また，CS^*_e で得られる利得の期待値は $V_e(CS^*_e) = v_e(\{Alice\}) + v_e(\{Bianca\}) + v_e(\{Chan\}) = 470$ となる．

特性関数が優加法性または劣加法性を満たすような **PCSG** 問題において，式 (9)-(10) の計算法を用いて，各提携における利得の期待値及び，各提携構造の利得の期待値を計算するとき，以下の性質が成り立つ．

性質 2. **PCSG** 問題において，特性関数が優加法性を満たすとき，すべてのエージェントからなる提携構造が必ずしも最適になるとは限らない．しかし，特性関数が劣加法性を満たすときは，**CSG** のときと同様に，単独のエージェントからなる提携構造が最適となる．

5. タイプ付き確率的提携構造形成問題

本章では，エージェントのタイプを考慮した **PCSG** 問題を定義する．具体的には，従来のエージェントの能力に関するタイプに加え，各エージェントの任意の提携への参加率に関するタイプを同時に考慮した特性関数の簡略表記法に基づく **PCSG** 問題を定義する．

上田らは，エージェントの能力に関する認識的タイプを定義している．ここで同様の方法を用いて，エージェントの提携への参加に関するタイプを定義する．特

表 3: 特性関数の記述者が知っている，$Alice$，$Bianca$，$Chan$ の認識的タイプ及び参加率に関するタイプの情報．

	タイプ 1	タイプ 2
T_p1 : A (90%)	-	$Chan$
T_p2 : MA (70%)	-	-
T_p3 : U (50%)	$Alice$, $Bianca$	-
T_p4 : MNA (30%)	-	-
T_p5 : NA (10%)	-	-

性関数の記述者が，エージェント a_i 及び a_j の任意の提携への参加の意思が同じであると認識しているとき，両者は提携への参加に関して同じタイプであるという．

例えば，エージェント a_i 及び a_j が，任意の提携への参加に関する意思を，例えば，{ タイプ 1 : attend (90%), タイプ 2 : maybe attend (70%), タイプ 3 : unsure (50%), タイプ 4 : maybe not attend (30%) タイプ 5 : not attend 10%)} の中から 1 つを選択し，特性関数の記述者は誰が何を選択したかを知っているとする．例えば，a_i 及び a_j が同じをタイプ 3 を選択した場合，両者は提携への参加に関して同じタイプである．

以降では，特性関数の記述者のもっている知識から，各エージェントの任意の提携への参加に関するタイプは既に与えられているものとする．形式的には，エージェントの集合を A，エージェントの任意の提携への参加に関するタイプの集合を $T_P = \{1, ..., t_p\}$ とし，集合 A から T_P への写像 β が存在し，各エージェントの任意の提携への参加に関するタイプは既知であると仮定する．また，m^j_A を任意の提携への参加に関するタイプ $j \in T_P$ のエージェント数とし，$m_A = \langle m^1_A, ..., m^{t_p}_A \rangle$ を各タイプのエージェント数を表すベクトルとする．

以下，**PCSG** における，タイプ付き特性関数を定義する．ここでは，特性関数の記述者のもっている知識から，エージェントの認識的タイプ及び，任意の提携への参加に関するタイプは既知であるとする．このことは，例えば，例 3 において，特性関数の記述者は表 3 の知識をもっていることを意味する．ここで，A は attend，MA は maybe attend，U は unsure，MNA は maybe not attend，NA は not attend を表している．

定義 8 (参加率に関するタイプ付き特性関数)**.** 任意の提携 C に関して，$m_C = \langle m^1_C, ..., m^{t_p}_C \rangle$ を提携 C への参加率に関するタイプとする．また m^j_C は，C への参加率に関するタイプが j のエージェントの数を表す．すべての提携への参加率に関するタイプ集合を $A^{t_p} = \{\langle m^1, ..., m^{t_p} \rangle \mid 0 \leq m^j \leq m^j_A\}$ とし，参加率に関するタイプ付き特性関数を $v_{t_p} : A^{t_p} \rightarrow \mathbb{R}$ と定義する．

$$v_{t_p}(m_C) = \prod_{j=1}^{t_p} p_j^{m^j_C}. \tag{11}$$

ここで，p_j はタイプが j であるエージェントの任意の提携への参加率を表し，$0 < p_j \leq 1$ とする．例えば，あるエージェント j が参加率に関する 5 つタイプからタイプ 3：unsure(50%) を選択したとき $p_j = 0.5$ となる．

例 4 (参加率に関するタイプ付き特性関数)**.** 3 人の通訳（$Alice$, $Bianca$, $Chan$）がいる通訳派遣会社の **PCSG** 問題の例 3 を用いる．$Alice$ 及び $Bianca$ の参加率は，スケジュールの都合上，依頼された仕事への参加の有無がはっきりと分からない，すなわち，$f(Alice) = f(Bianca) = 0.5$ であり，$Chan$ の参加率は $f(Chan) = 0.9$ である．これを参加率に関するタイプ付き特性関数を用いて記述すると以下のようになる．

$$v_{t_p}(< 0, 0, 1, 0, 0 >) = 0.5,$$

$$v_{t_p}(< 1, 0, 0, 0, 0 >) = 0.9,$$

$$v_{t_p}(< 0, 0, 2, 0, 0 >) = 0.25,$$

$$v_{t_p}(< 1, 0, 1, 0, 0 >) = 0.45,$$

$$v_{t_p}(< 1, 0, 2, 0, 0 >) = 0.225.$$

例えば，$Alice$ と $Chan$ からなる提携 $\{Alice, Chan\}$ が成立する確率は，$Alice$ の参加率と $Chan$ の参加率の積に等しく，式 (11) より $v_{t_p}(< 1, 0, 1, 0, 0 >) = (0.9)^1 \cdot (0.7)^0 \cdot (0.5)^1 \cdot (0.3)^0 \cdot (0.1)^0 = 0.5 \cdot 0.9 = 0.45$ となる．

以下，タイプ付き確率的提携構造形成を定義する．

定義 9 (タイプ付き確率的提携構造形成)**.** タイプ付き確率的提携構造形成 (Probabilistic Coalition Structure Generation based on Agent Types, $\mathbf{PCSG}_t$) は，提携タイプの集合を A^t，提携への参加率に関するタイプ集合を A^{t_p}，能力及び参加率に関するタイプ付き特性関数を $v_e^{(t,t_p)} : A^t \times A^{t_p} \rightarrow \mathbb{R}$ とし，以下で定義される．

$$\mathbf{PCSG}_t = \langle A^t, A^{t_p}, v_e^{(t,t_p)} \rangle. \tag{12}$$

$\mathbf{PCSG_t}$ において，ある提携 C の提携タイプ n_C で得られる利得の期待値は，n_C で得られる利得と，m_C に属するエージェントの参加率の積により計算される．

$$v_e^{(t,t_p)}(n_C, m_C) = v_t(n_C) \cdot v_{t_p}(m_C). \tag{13}$$

以下，タイプ付き確率的提携構造形成問題を定義する．

定義 10 ($\mathbf{PCSG}_t$ 問題)**.**

- **Input:** タイプ付き確率的提携構造形成 $\mathbf{PCSG_t}$,
- **Question:** すべての提携における利得の期待値の総和が最大となる提携構造 CS^*_e をみつけよ．

以下，タイプ付き **PCSG** 問題の例を与える．

例 5 ($\mathbf{PCSG_t}$ 問題)**.** 通訳派遣会社の例において，各通訳は自身の任意の提携への参加率を，例えば，{attend (90%) maybe attend (70%), unsure (50%), maybe not attend (30%) not attend (10%)} のカテゴリから事前に選択するものとする[‖]．例えば，$Alice$ と $Bianca$ はス

[‖]本論文では，簡単化のため，各エージェントは自身の任意の提携への参加率を 5 つの選択肢から選んでいる．例えば，10% 単位で分けられたカテゴリから，自身の参加率を選択することも可能であるが，選択肢をいくつにするのか等の議論はここでは行わない．

ケジュールの都合上，未定である「unsure (50%)」を，$Chan$ は参加である「attend (90%)」を選択したとする．また特性関数の記述者は，各エージェントの認識的タイプ及び，上述した参加率に関するタイプの情報（表 3）を知っているものと仮定する．このとき，タイプ付き特性関数は，式 (13) より，以下で記述される．

$$v_e^{(t,t_p)}(<1,0>,<0,0,1,0,0>) = 100,$$
$$v_e^{(t,t_p)}(<0,1>,<1,0,0,0,0>) = 270,$$
$$v_e^{(t,t_p)}(<2,0>,<0,0,2,0,0>) = 125$$
$$v_e^{(t,t_p)}(<1,1>,<1,0,1,0,0>) = 225$$
$$v_e^{(t,t_p)}(<2,1>,<1,0,2,0,0>) = 157.5.$$

例えば，$v_e^{(t,t_p)}(<1,1>,<1,0,1,0,0>)$ は $v_t(<1,1>) = 500$ と $v_{t_p}(<1,0,1,0,0>) = 0.45$ の積，すなわち，$v_e^{(t,t_p)}(<1,1>,<1,0,1,0,0>) = v_t(<1,1>) \cdot v_{t_p}(<1,0,1,0,0>) = 500 \cdot 0.45 = 225$ となる．この $\mathbf{PCSG_t}$ 問題の例における最適な提携構造は，例 3 のときと同様に，単独のエージェントからなる提携構造 $\{\{Alice\},\{Bianca\},\{Chan\}\}$ となり，得られる利得の期待値は $v_e^{(t,t_p)}(<1,0>,<0,0,1,0,0>) + v_e^{(t,t_p)}(<1,0>,<0,0,1,0,0>) + v_e^{(t,t_p)}(<0,1>,<1,0,0,0,0>) = 100+100+270 = 470$ となる．

定理 1. $\mathbf{PCSG_t}$ において，t をエージェントの認識的タイプ数，t_p を確率に関するタイプ数，A^t を提携タイプの集合，A^{t_p} を提携への参加率に関するタイプ集合とする．このとき $\mathbf{PCSG_t}$ の計算量は以下となる **.

$$O(n^{(t+t_p)} \cdot |A^t| \cdot |A^{t_p}|) \tag{14}$$

6. おわりに

提携構造形成 (**CSG**) 問題とは，あるエージェントの集合を社会的余剰が最大化されるように，いくつかの提携に分割する問題である．従来の **CSG** 問題では，各提携の利得は特性関数により与えられることを仮定しているため，その表記量はエージェント数に対して指数関数的に増加する．この問題を解決するアプローチの一つに，タイプを用いた特性関数の簡略表記法がある．確率的提携構造形成 (**PCSG**) 問題とは，各エージェントの提携への参加の有無が確率により与えられている **CSG** 問題である．本論文では，タイプ付き確率的提携構造形成問題のフレームワークを提案した．具体的には，**PCSG** 問題において，従来のエージェントの能力に関するタイプに加え，各エージェントの任意の提携への参加率に関するタイプを用いた特性関数の簡略表記法を提案した．次に，これら 2 つのタイプを同時に考慮したタイプ付き確率的提携構造形成 ($\mathbf{PCSG_t}$) 問題を定義した．最後に $\mathbf{PCSG_t}$ 問題の計算量を示した．

今後の課題として，$\mathbf{PCSG_t}$ 問題を解く効率的なアルゴリズムの開発が挙げられる．また実問題への適用，例えば，災害時におけるレスキューロボット編成やナース・スケジューリング問題への応用を考えている．

** ここでは，詳細な証明は割愛するが，文献 [13]（定理 5）と同様の方法で証明可能である．$|A^t| \cdot |A^{t_p}|$ は可能な提携タイプ数を，$O(n^{(t+t_p)})$ は制約に関する計算量とすることで式 (14) が得られる．

参考文献

[1] V. Conitzer and T. Sandholm. Complexity of constructing solutions in the core based on synergies among coalitions. *Artificial Intelligence*, 170(6):607–619, 2006.

[2] V. Dang, R. Dash, A. Rogers, and N. Jennings. Overlapping coalition formation for efficient data fusion in multi- sensor networks. In *AAAI*, pages 635–640, 2006.

[3] A. Dinar, S. Moretti, F. Patrone, and S. Zara. Application of stochastic cooperative games in water resources. In *Frontiers in Water Resource Economics*, pages 1–20, 2006.

[4] S. Ieong and Y. Shoham. Marginal contribution nets : a compact representation scheme for coalition games. In *ACM EC*, pages 193–202, 2005.

[5] H. Kellerer, U. Pferschy, and D. Pisinger. Knapsack problems. *Springer*, 2004.

[6] T. Rahwan and N. Jennings. Coalition structure generation: Dynamic programming meets anytime optimization. In *AAAI*, pages 156–161, 2008.

[7] T. Sandholm and V. Lesser. Coalitions among computationally bounded agents. *Artificial Intelligence*, 94(1-2):99–137, 1997.

[8] S. Ueda, M. Kitaki, A. Iwasaki, and M. Yokoo. Concise characteristic function representations in coalitional games based on agent types. In *IJCAI*, pages 393–399, 2011.

[9] D. Yeh. A dynamic programming approach to the complete set partitioning problem. *BIT Computer Science and Numerical Mathematics*, 26(4):467–474, 1986.

[10] 横尾真, 岩崎敦, 櫻井祐子, and 岡本吉央. 協力ゲーム. **コンピュータソフトウェア**, 30(2):33–51, 2013.

[11] 沖本天太, 平山勝敏, N. Schwind, 井上克巳, and P. Marquis. 確率的な提携構造形成フレームワークの提案. In *FIT*, volume 第 2 分冊, pages 65–70, 2017.

[12] 松村昂輝, 沖本天太, and 平山勝敏. 確率的な提携構造形成問題の解法. In **情報処理学会第** *80* **回全国大会**, 2018.

[13] 上田俊, 北木真, 岩崎敦, and 横尾真. 協力ゲームにおける特性関数のエージェントのタイプに基づく簡略表記法. **電子情報通信学会論文誌**, J94-D(11):1716–1728, 2011.